NOTA 805 I 1 april 1975

ɔor Cultuurtechniek en Waterhuishouding
Wageningen

SCHAAL-ONGEVOELIGE METHODEN VOOR MULTIKRITERIA-ANALYSE

EN ENKELE TOEPASSINGEN ERVAN

W. van Doorne

Nota's van het Instituut zijn in principe interne communicatiemiddelen, dus geen officiële publikaties.
Hun inhoud varieert sterk en kan zowel betrekking hebben op een eenvoudige weergave van cijferreeksen, als op een concluderende discussie van onderzoeksresultaten. In de meeste gevallen zullen de conclusies echter van voorlopige aard zijn omdat het onderzoek nog niet is afgesloten.
Bepaalde nota's komen niet voor verspreiding buiten het Instituut in aanmerking

I N H O U D

1. INLEIDING

Bij verschillende onderzoekingen komt nogal eens de noodzaak of wenselijkheid naar voren, te kunnen beschikken over methoden waarmee men een aantal gegeven alternatieve mogelijkheden kan ordenen in een volgorde van 'goed' naar 'slecht', nadat elk der alternatieven is beoordeeld volgens een aantal kriteria.

Een voorbeeld: een fabrikant laat deskundigen enkele op de markt te brengen produkten beoordelen volgens kriteria zoals te verwachten vraag, marktgevoeligheid, inpassingsmogelijkheid in het bestaande produktieschema, enzovoort, waarna hij een beslissing neemt ten aanzien van de omvang van de produktie van de beoordeelde produkten. Een ander voorbeeld werd de aanleiding tot het samenstellen van deze nota. Het betreft de activiteiten van de Werkgroep Landinrichting van de Studiegroep Lopikerwaard. Een van de landinrichtingsplannen omvat de aanleg van een bos ter grootte van ongeveer 500 ha. Om een indruk te verkrijgen van de meest gunstige situering werd de Lopikerwaard verdeeld in vierkanten met een oppervlakte van 25 ha. Elk vierkant werd op grond van een aantal kriteria a f z o n d e r l i j k, beoordeeld op haar geschiktheid voor het aanleggen van bos. Men zie hiervoor eventueel het rapport van genoemde werkgroep. Om redenen die in paragraaf 11 genoemd zullen worden, werden steeds vier bij elkaar gelegen vierkanten samengenomen tot een vierkant van 100 ha. Elk vierkant van 100 ha werd beschouwd als alternatief, en, door sommeren van de beoordelingscijfers der kleinere vierkanten, elk voorzien van een aantal beoordelingscijfers op grond van de kriteria. Met behulp van een der nieuw-ontworpen methoden van 'multi criteria-analyse' werd voor ieder blok van 100 ha een beoordelingscijfer samengesteld aan de hand van de afzonderlijke beoordelingen per kriterium. Aldus ontstond een aanduiding van de meest geschikte plaats voor het bos. Men zie voor dit voorbeeld verder paragraaf 11.

Men denkt zich de beoordelingsgegevens in het algemeen vermeld in een tabel met twee ingangen. Elke regel heeft betrekking op een alternatief, elke kolom komt overeen met een kriterium. De aanduiding die voorkomt in de i-de regel en de j-de kolom zal in het volgende worden weergegeven door w_{ij}. Verder zal het aantal kriteria m bedragen en het aantal alternatieven n, zodat $i = 1,2,...,n$ terwijl $j = 1,2,..,m$.

Behalve met de w_{ij}-tabel der beoordelingsgegevens heeft men nog te maken met de onderlinge belangrijkheid der kriteria. Dat wil zeggen: men moet tot uitdrukking kunnen brengen dat bij de uiteindelijke beoordeling der alternatieven het ene kriterium van meer invloed kan zijn dan het andere. Dit kan gebeuren door het invoeren van gewichtsfactoren g_j $(j = 1,2,..,m)$ voor de verschillende kriteria. Hierop zal nader worden ingegaan.

Een uiteindelijke beoordeling en de daaruit voortvloeiende ordening kan blijkens het voorbeeld Lopikerwaard gewenst zijn om het beste alternatief aan te wijzen of om te komen tot een groep van acceptabele alternatieven, waaruit eventueel op grond van andere overwegingen het beste wordt gekozen. Het minste wat men met de multikriteria-analyse zal willen bereiken is het uitsluiten van slechte alternatieven.

Een algemeen toegepaste methode is die van de gewogen totalen van beoordelingscijfers per alternatief. Men berekent hierbij voor alternatief nummer i het beoordelingscijfer w_i volgens

$$w_i = \sum_{j=1}^{m} g_j w_{ij} \qquad i=1,2,..n \qquad (1)$$

Hieruit zijn twee dingen zonder meer duidelijk.

- alle gegevens moeten van numerieke aard zijn
- de waarden-schalen volgens welke elk alternatief wordt beoordeeld ten aanzien van de verschillende kriteria, moeten gelijk zijn, wanneer door de waarden g_j de onderlinge belangrijkheid der kriteria wordt weergegeven.

Ten aanzien van het laatste punt wordt opgemerkt dat de wijze waarop schalen gelijk, of op zijn minst vergelijkbaar worden gemaakt in het algemeen arbitrair is; vaak wordt eenvoudigweg evenredig omgerekend. Alleen al hierom lijkt het de moeite waard methoden te ontwerpen, welke geen eisen stellen aan de vergelijkbaarheid der beoordelingsschalen, zonder te gecompliceerd te worden.

2. ENKELE ASPECTEN VAN BESTAANDE METHODEN VAN MULTIKRITERIA-ANALYSE

Voor de beschrijving van een groot aantal methoden wordt verwezen naar [3].

Een interessante methode voor het bepalen van het relatief beste alternatief is de Electra-methode, waarvan een duidelijke korte beschrijving in [1] voorkomt, en waarvan enkele voorbeelden van berekening in [2] zijn opgenomen. Bij de Electra-methode wordt de verzameling der alternatieven verdeeld in 'geaccepteerde alternatieven', waaronder het beste zich kan bevinden, en de 'verworpen alternatieven'. Door paarsgewijze vergelijking van alternatieven onderling, tracht men door het stellen van een steeds strengere norm voor acceptatie, het aantal geaccepteerde alternatieven tot een zo klein mogelijke groep terug te brengen. Blijft er maar één over dan wordt dit als het beste beschouwd, maar anders moet uit de geaccepteerde groep nog op een andere manier een keuze worden gedaan. Bij het verhogen van de norm voor acceptatie wordt de kans op het ten onrechte verwerpen groter, en kan zelfs onaanvaardbaar groot worden. Een tweede bezwaar is dat ook bij de Electra-methode de beoordelingsschalen vergelijkbaar (gemaakt) moeten zijn.

Bij andere methoden komt behalve het aspect van de paarsgewijze vergelijking het begrip 'Euclidische afstand tussen paren alternatieven' ter sprake. Men veronderstelt dan wederom dat de beoordelingsschalen vergelijkbaar zijn. De Euclidische afstand tussen een paar alternatieven genummerd i en k wordt hierbij, wanneer het aantal kriteria m bedraagt, gedefiniëerd als

$$d_{ik} = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} g_j (w_{ij} - w_{kj})^2} \qquad i,k=1,2,..n \qquad (2)$$

Deze afstand kan onder meer dienen om, bijvoorbeeld in een poging het beste alternatief op te sporen, in eerste instantie groepen van gelijkwaardig geachte alternatieven te vormen. Voorbeelden van toepassing van de Euclidische afstand worden gegeven in [3] en [4].

Zowel in formule (1) als in (2) zijn numerieke waarden voor de gewichtsfactoren g_j nodig. Dit nu is een facet van de gebruikelijke analysemethoden. Omdat echter het bepalen van de onderlinge belangrijkheid der kriteria vaak nauwelijks (objectief) mogelijk is, wordt in het volgende onder meer een methode voorgesteld voor het bepalen van beoordelingscijfers w_i per alternatief, waarbij alleen de volgorde van belangrijkheid der kriteria een rol speelt, maar waarbij geen exacte numerieke waarden g_j bekend behoeven te zijn (par. 9).

Verder is het bij de gebruikelijke analysemethoden zo, dat een alternatief dat ten aanzien van a l l e kriteria beter is dan de overige alternatieven, zonder meer als het beste wordt beschouwd. Er bestaat in dat geval een 'absoluut beste' binnen de groep van beschouwde alternatieven. Evenzo kan er een groep van absoluut besten of absoluut slechtsten zijn. Het ligt voor de hand nieuwe analysemethoden aan deze eigenschap te laten voldoen.

Een aspect dat zich voordoet bij paarsgewijze vergelijking van alternatieven wordt in de volgende paragraaf besproken.

3. TRANSITIVITEIT EN PAARSGEWIJZE VERGELIJKING VAN ALTERNATIEVEN

Als voorbeeld beschouwen we drie reële getallen a, b en c. Wanneer zou gelden $a=b$ en $b=c$, volgt hieruit $a=c$. Men pleegt dit als volgt uit te drukken: de relatie 'is gelijk aan' is t r a n s i t i e f. Ook de relatie 'is groter dan' is transitief, want wanneer $a>b$ en $b>c$ dan geldt ook $a>c$. Voorbeelden van andere transitieve relaties zijn $\geqslant$, $\leqslant$, $<$, 'is langer dan' en 'is minstens even goed als'.

Na dit intermezzo keren we terug tot het beschouwen van alternatieven, die we de volgnummers $a_1, a_2, \ldots, a_n$ geven, om aan te geven dat ze niet in de vaste volgorde 1, 2, ..., n behoeven te worden beschouwd. Het onderling vergelijken kan gebeuren op basis van elk der m kriteria afzonderlijk. Voor elk paar alternatieven heeft men dan te maken met m vergelijkingen die alle gebaseerd zijn op de transitieve relatie 'is minstens even goed als'. De vraag is nu: kunnen deze m vergelijkingen op zinvolle wijze worden gecombineerd tot een vergelijking tussen de twee alternatieven? In het volgende blijkt dit inderdaad mogelijk. Omdat men zich dan uitsluitend baseert op vergelijking van alternatieven binnen elk afzonderlijk kriterium, mag voor elk kriterium een andere beoordelingsschaal gebruikt worden. Minder eenvoudig is het, de transitiviteit bij vergelijking van twee alternatieven op grond van alle beschouwde kriteria gezamenlijk, voldoende te verwezenlijken. Ter toelichting diene het volgende voorbeeld van een fictieve methode van rangschikking.

Stel dat gedefiniëerd is, hoe men bepaalt of het ene alternatief minstens even goed is als het andere, en dat de kans p op een onjuiste uitspraak bij het vergelijken van twee alternatieven begrensd wordt door p_o en p_1, dus $0<p_o<p<p_1<1$. Men bouwt nu een rij R_1, R_2, ..., R_n van alternatiefnummers op, waarbij uiteindelijk in R_1 het beste en in R_n het slechtste alternatief wordt opgenomen. Hiertoe wordt eerst $R_1=a_1$ gesteld. Dan wordt nummer a_2 achtereenvolgens vergeleken met de nummers die reeds in de rij voorkomen (de eerste keer alleen a_1). Treft men in de rij een slechter alternatief dan nummer a_2 aan, dan wordt a_2 in de rij ingelast juist voor het slechtere alternatief. Is a_2 slechter dan alle reeds in de rij voorkomende alternatieven, dan wordt ze achteraan geplaatst. Aldus ontstaat een geordende rij die met één positie is uitgebreid. Vervolgens wordt a_3 vergeleken met R_1 en R_2 (in die volgorde!) en tenslotte a_n met R_1, R_2, ... R_{n-1}. Indien bij het paarsgewijze vergelijken de transitiviteit volledig zou gelden, levert bovenstaande rangschikkingsmethode een volgorde die correcter is naarmate p_1 kleiner is, en bij $p_1=0$ zelfs de correcte volgorde. Nu is uit de statistiek bekend, dat bij een kans p om bij het vergelijken een alternatief op de verkeerde plaats in te lassen, de verwachtingswaarde van het aantal opeenvolgende juiste vergelijkingen $\frac{1}{p}$ bedraagt. Zou de definitie van 'minstens even goed', welke die ook is, aan vrij hoge eisen voldoen, bijvoorbeeld aan p_o=0.2, zelfs dan zal na gemiddeld niet meer dan $\frac{1}{p_o}$ =5 keer vergelijken van een nieuw alternatief met wat in de rij R_1, R_2, ... reeds voorkomt, een foute inlassing plaatsvinden. Dit als gevolg van het feit dat men bij de rangschikkingsprocedure zonder meer de transitiviteit gebruikte op het moment dat een alternatief in de rij werd ingelast.

Bij de te behandelen methoden van multikriteria-analyse zal danook de transitiviteit geen rol spelen.

4. DOELSTELLING

Zoals reeds werd aangegeven is het de bedoeling, voor elk alternatief na beoordeling op grond van een aantal kriteria afzonderlijk, een beoordelingscijfer te bepalen, om te komen tot een rangschikking der alternatieven. De te ontwerpen methoden die hiertoe leiden, voldoen, gezien het voorafgaande, aan de volgende eisen

1. elk kriterium kan zijn eigen beoordelingsschaal hebben
2. het absoluut beste (slechtste) kriterium is het beste (slechtste)
3. transitiviteit bij het vergelijken van alternatieven wordt niet voor-ondersteld.

In een FORTRAN computerprogramma zijn vijf methoden opgenomen, waarvan de eerste de bekende methode der gewogen totalen van beoordelingscijfersper alternatief is. De overige methoden zijn nieuw-ontworpen en hebben, in tegenstelling tot methode 1, de eigenschap dat de beoordelingsschalen per kriterium kunnen verschillen. Bij de methoden 4 en 5 behoeven de gewichtsfactoren der kriteria niet exact bekend te zijn; de volgorde van belangrijkheid der kriteria is voldoende. Het computerprogramma ORDER (fig. 1A) biedt de mogelijkheid een willekeurige greep uit vijf methoden te doen, volgens welke de beoordelingscijfers w_i der alternatieven worden bepaald. De uitvoer van het programma bestaat per methode onder meer uit een tabel van gerangschikte beoordelingscijfers w_i; per regel worden drie getallen uitgeschreven, namelijk het alternatief nummer i, het bijbehorende beoordelingscijfer w_i en een rangnummer. Rangnummer 1 heeft betrekking op het volgens de betreffende methode als beste beschouwde alternatief.

Door het vergelijken van de volgorden volgens verschillende methoden kan vaak meer zekerheid worden verkregen bij het bepalen van een definitieve volgorde van alternatieven, het bepalen van het beste of een groep van besten.

Bij het toepassen van het programma ORDER dienen de gegevens in numerieke vorm verstrekt te worden, waarbij de gunstigste beoordeling moet overeenkomen met het hoogste beoordelingscijfer, en het belangrijkste kriterium de hoogste gewichtsfactor moet hebben. Wat de beoordelingscijfers w_{ij} betreft komt het erop neer dat bij de kriteria met een kwalitatieve beoordelingsschaal, deze wordt omgecodeerd tot een vrij willekeurige numerieke schaal. In feite blijft het mogelijk zowel kwalitatieve als kwantitatieve beoordelingsschalen te gebruiken.

5. EEN VOORBEELD: KEUZE VAN HET BESTE UIT 5 ALTERNATIEVEN

In deze paragraaf wordt een voorbeeld, ontleend aan [2], vermeld aan de hand waarvan de verschillende methoden zullen worden besproken. Er is hierbij sprake van n=5 alternatieve mogelijkheden voor de vestigingsplaats van een tweede nationale luchthaven. Elk alternatief wordt beoordeeld volgens m=10 kriteria. De kriteria (men zien [2]) hebben betrekking op

1. opoffering van bestaand gebied
2. ontoelaatbare geluidshinder voor mensen
3. zekere geluidshinder voor mensen
4. geluidshinder in natuurgebieden
5. geluidshinder in recreatiegebieden
6. arbeids- en woningmarktsituatie
7. inpassingskosten (spoorwegen, enz.)
8. bezwaar van voor- en natransport

```
      PROGRAM ORDER (INPUT,OUTPUT)
***
***   HET PROGRAMMA RANGSCHIKT EEN AANTAL ALTERNATIEVEN (MAXIMAAL 200)
***   OP BASIS VAN EEN AANTAL BEOORDELINGS-KRITERIA (MAXIMAAL 14).
***
***   DE RANGSCHIKKING KAN PLAATS VINDEN VOLGENS
***   EEN OF MEER DER VOLGENDE METHODEN
***   METHODE 1 - GEWOGEN SOM VAN BEOORDELINGS-CIJFERS PER ALTERNATIEF
***   METHODE 2 - PAARSGEWIJZE VERGELIJKING VAN ALTERNATIEVEN OP GROND
***               VAN DE GEWICHTEN DER KRITERIA.
***   METHODE 3 - ALS METH. 2, MET ZWAKKE RELATIVERING DER GEWICHTEN
***               EN MEER GLOBALE PAARSGEWIJZE VERGELIJKING.
***   METHODE 4 - ALS METH. 2, MET UITSLUITEND GEBRUIK MAKEN VAN DE
***               VOLGORDE VAN BFLANGRIJKHEID DER KRITERIA.
***   METHODF 5 - ALS METH. 4, ECHTER MET MEER GLOBALE VERGELIJKING.

      INTEGER W(200,14), WH(14), G(14), GH(14), Y(14)
      INTEGER P(200), W, V, V0, WRITEW,EPS5
      DIMENSION A(200), GAC(14), IND(14), METHODE(5)

  901 FORMAT(14I5,F5.3,I5)
  902 FORMAT(1H1)
  903 FORMAT(//* BEOORDELINGS-CIJFERS PER ALTERNATIEF PER KRITERIUM *)
  904 FORMAT(//*  KRITERIUM   *14I7)
  905 FORMAT(/* ALTERNATIEF */)
  906 FORMAT(I7,I14,13I7)
  907 FORMAT(*  GEWICHT   *I9,13I7)
  908 FORMAT(*  GENORMEERD*F9.3,13F7.3)
  909 FORMAT(/* ALTERNATIEF  WAARDERING  VOLGNUMMER */)
  910 FORMAT(I8,F13.2,I12)
  911 FORMAT(I8,F13.0,I12)
  912 FORMAT(1H1,*  A N A L Y S E M E T H O D E *,I2,//)
  913 FORMAT(*  TOLERANTIE EPS3=*,F6.3/)
  914 FORMAT(*  TOLERANTIE EPS5=*,I6/)

**
**    HET INLEZEN VAN DE GEGEVENS.  INDIEN GEWENST (WRITEW=1) WORDEN
**                                DE BEOORDELINGS-GEGEVENS UITGESCHREVEN
      READ901,NW
      DO 20 IW=1,NW
      READ901,N,M,NG,WRITEW,(METHODE(I),I=1,5)
      READ901,IND
      DO 21 I=1,N
      READ901,WH
      DO  1 J=1,14
      K=IND(J)
      IF(K.EQ.0) GOTO 21
      IF(K.GT.M) GOTO  1
      W(I,K)=WH(J)
    1 CONTINUE
   21 CONTINUE
      DO  2 J=1,M
    2 Y(J)=J
      PRINT902
      IF(WRITEW.EQ.0) GOTO 4
      PRINT903
      PRINT904,(Y(J),J=1,M)
      PRINT905
      DO  3 I=1,N
    3 PRINT906,I,(W(I,J),J=1,M)
      PRINT902
    4 DO 19 IG=1,NG
      READ901,GH,EPS3,EPS5


      DO  5 J=1,14
      K=IND(J)
      IF(K.EQ.0 .OR. K.GT.M) GOTO 5
      G(K)=GH(J)
    5 CONTINUE
**
**    HET BEREKENEN EN UITSCHRIJVEN VAN DE (GENORMEERDE) GEWICHTEN.
**
      U=0.
      DO 6 J=1,M
    6 U=U+G(J)
      DO 7 J=1,M
      Y(J)=J
    7 GAC(J)=G(J)/U
      PRINT902
      PRINT904,(Y(J),J=1,M)
      PRINT907,(G(J),J=1,M)
      PRINT908,(GAC(J),J=1,M)
      IF(METHODE(1).EQ.0) GOTO 8
**
**    METHODE 1       ************************************************
**
      P(1)=1
      A(1)=0.
      DO 101 J=1,M
  101 A(1)=A(1)+GAC(J)*W(1,J)
      DO 106 L=2,N
      U=0.
      DO 102 J=1,M
  102 U=U+GAC(J)*W(L,J)
      LM=L-1
      DO 103 V=1,LM
      IF(U.LT.A(V)) GOTO 103
      V0=V
      GOTO 104
  103 CONTINUE
      A(L)=U
      P(L)=L
      GOTO 106
  104 DO 105 J=V0,LM
      I=LM-J+V0
      A(I+1)=A(I)
  105 P(I+1)=P(I)
      A(V0)=U
      P(V0)=L
  106 CONTINUE
      IM=1
      PRINT912,IM
      PRINT909
      PRINT910,((P(I),A(I),I),I=1,N)
```

```
**
**    BEHANDELING VOLGENS GEKOZEN METHODE(N) 2,3,4 EN/OF 5
**
    8 IM=1
    9 IM=IM+1
      IF(IM.EQ.6) GOTO 19
      IF(METHODE(IM).EQ.0) GOTO 9
      DO 10 IA=1,N
   10 A(IA)=0.
      DO 13 IA=1,N
      DO 12 JA=IA,N
      DO 11 K=1,M
      H=W(IA,K)-W(JA,K)


      IF(H.GT.0) H=1
      IF(H.LT.0) H=-1
   11 Y(K)=H
      GOTO(201,201,301,401,501),IM
**
**    METHODE 2      **************************************************
**
  201 DO 204 K=1,M
      H=Y(K)
      U=GAC(K)
      IF(H.EQ.0) GOTO 203
      IF(H.LT.0) GOTO 202
      A(IA)=A(IA)+U
      GOTO 204
  202 A(JA)=A(JA)+U
      GOTU 204
  203 A(IA)=A(IA)+U*0.5
      IF(IA.EQ.JA) GOTO 204
      A(JA)=A(JA)+U*0.5
  204 CONTINUE
      GOTO 12
**
**    METHODE 3      **************************************************
**
  301 U=0.
      DO 302 K=1,M
  302 U=U+Y(K)*GAC(K)
      IF(U**2 .LE. (EPS3+ .0001)**2) GOTO 303
      IF(U.GT.EPS3) GOTO 304
      A(JA)=A(JA)+2.
      GOTO 12
  303 A(IA)=A(IA)+1.
      IF(IA.EQ.JA) GOTO 12
      A(JA)=A(JA)+1.
      GOTO 12
  304 A(IA)=A(IA)+2.
      GOTO 12
**
**    METHODE 4      **************************************************
**
  401 DO 404 I=1,M
      DO 404 J=I,M
      H=G(I)*Y(I)+G(J)*Y(J)
      IF(H.EQ.0) GOTO 403
      IF(H.LT.0) GOTO 402
      A(IA)=A(IA)+2.
      GOTO 404
  402 A(JA)=A(JA)+2.
      GOTU 404
  403 A(IA)=A(IA)+1.
      IF(IA.EQ.JA) GOTO 404
      A(JA)=A(JA)+1.
  404 CONTINUE
      GOTO 12
**
**    METHODE 5      **************************************************
**
  501 V=0
      DO 502 I=1,M
      DO 502 J=I,M
      H=G(I)*Y(I)+G(J)*Y(J)
      IF(H.GT.0) H=2
      IF(H.LT.0) H=-2


  502 V=V+H
      IF(V**2.LE.EPS5**2) GOTO 503
      IF(V.GT.EPS5) GOTO 504
      A(JA)=A(JA)+2.
      GOTO 12
  503 A(IA)=A(IA)+1.
      IF(IA.EQ.JA) GOTO 12
      A(JA)=A(JA)+1.
      GOTO 12
  504 A(IA)=A(IA)+2.
   12 CONTINUE
   13 CONTINUE
**
**    HET RANGSCHIKKEN VAN DE UITKOMSTEN VOLGENS METHODE 2,3,4 OF 5.
**
      P(1)=1
      DO 17  IA=2,N
      IL=IA-1
      U=A(IA)
      DO 14 V=1,IL
      IF(U.LT.A(V)) GOTO 14
      V0=V
      GOTO 15
   14 CONTINUE
      A(IA)=U
      P(IA)=IA
      GOTO 17
   15 DO 16 J=V0,IL
      I=IL-J+V0
      A(I+1)=A(I)
   16 P(I+1)=P(I)
      A(V0)=U
      P(V0)=IA
   17 CONTINUE
**
**    HET UITSCHRIJVEN VAN DE RESULTATEN VAN METHODE 2,3,4 OF 5.
**
      PRINT912,IM
      PRINT909
      IF(IM.NE.2) GOTO 18
      PRINT910,((P(I),A(I),I),I=1,N)
      GOTO 9
   18 IF(IM.EQ.3) PRINT913,EPS3
      IF(IM.EQ.5) PRINT914,EPS5
      PRINT911,((P(I),A(I),I),I=1,N)
      GOTO 9
   19 CONTINUE
   20 CONTINUE
      CALL EXIT
      END
```

```
      PROGRAM KENDALL(INPUT,OUTPUT)
C
CCCC  PROGRAM KENDALL BEREKENT EN TOETST RANGCORRELATIES
CCCC  VOLGENS
CCCC  M.G. KENDALL(1955) - RANK CORRELATION METHODS, PAG.55
C
      INTEGER S(15,15),W( 250,15)
      DIMENSION KR(15),CA(15),CB(15),CC(15),DEV(15,15),CHI(15),R(15,15)
  101 FORMAT(15I5)
  102 FORMAT(1H1)
  103 FORMAT(//* WAARDERINGSCIJFERS VOOR ELK ALTERNATIEF PER KRITERIUM*)
  104 FORMAT(//*      KRITERIUM*15I7/)
  105 FORMAT(* ALTERNATIEF*/)
  106 FORMAT(I7,I14,14I7)
  107 FORMAT(////* HET TOETSEN VAN RANGCORRELATIES*/* M.B.V. STANDAARD
     *-NORMALE AFWIJKINGEN EN CHI-KWADRAAT.*//)
  108 FORMAT(I11,F10.2,14F7.2,F9.3)
  109 FORMAT(//*      KRITERIUM*15I7)
  110 FORMAT(//,*           TOTAAL*,105X,F9.3)
  111 FORMAT(//,*     RANGCORRELATIE-COEFFICIENTEN KENDALL   *)

      READ101,NW
      DO 21 IW=1,NW
      READ101,N,M
      DO 22 I=1,N
   22 READ101,(W(I,J),J=1,M)
      PRINT102
      DO 17J=1,15
   17 KR(J)=J
      CALL SSWTCH(1,J)
      GOTO(15,16),J
   15 PRINT103
      PRINT104,(KR(J),J=1,M)
      PRINT105
      DO 18 I=1,N
   18 PRINT106,I,(W(I,J),J=1,M)
C
C     HET VORMEN VAN S(KENDALL) VOOR ELK PAAR DER M VECTOREN.
C
   16 NM=N-1
      MM=M-1
      DO 1 IX=1,MM
      IXP=IX+1
      DO 1 IY=IXP,M
      S(IX,IY)=0
      DO 1 I=1,NM
      IP=I+1
      DO 1 J=IP,N
      K=(W(I,IX)-W(J,IX))*(W(I,IY)-W(J,IY))
      IF(K.EQ.0) GOTO 1
      L=1
      IF(K.LT.0) L=-1
      S(IX,IY)=S(IX,IY)+L
    1 CONTINUE
C
C     BEREKENING R VOLGENS KENDALL EN UITSCHRIJVEN
C
      RMAX= 2./(N*(N-1.))
      DO 10 I=1,MM
      IP=I+1
      R(I,I)=1.
      DO 10 K=IP,M


   10 R(I,K)=R(K,I)=S(I,K)*RMAX
      R(M,M)=1.
      PRINT111
      PRINT109,(KR(J),J=1,M)
      DO 11 I=1,M
   11 PRINT108,I,(R(I,J),J=1,M)
C
C     BEREKENING VAN CORRECTIE VOOR VARIANTIE VAN S I.V.M. GELIJKEN.
C
      DO 2 J=1,M
      CA(J)=CB(J)=CC(J)=0.
      DO 3 I=1,NM
      IF(W(I,J).LT.0) GOTO 3
      TIE=1.
      IP=I+1
      DO 4 K=IP,N
      IF(W(I,J).NE.W(K,J)) GOTO 4
      TIE=TIE+1.
      W(K,J)=-1-W(K,J)
    4 CONTINUE
      U=TIE*(TIE-1.)
      CA(J)=CA(J)+U*(2.*TIE+5.)
      CB(J)=CB(J)+U*(TIE-2.)
      CC(J)=CC(J)+U
    3 CONTINUE
    2 CONTINUE
      DO 5 J=1,M
      DEV(J,J)=0.
      DO 5 I=1,N
      IF(W(I,J).LT.0) W(I,J)=-1-W(I,J)
    5 CONTINUE
C
C     BEREKENING VAN VAR(S) EN STANDAARD-NORMALE AFWIJKING
C                                VOOR HET TOETSEN VAN RANGCORRELATIES.
      H=N*(N-1)
      U=H*(2*N+5)
      DO 6 I=1,MM
      IP=I+1
      DO 6 K=IP,M
      VAR=(U-CA(I)-CA(K))/18.+CB(I)*CB(K)/(9.*H*(N-2))+CC(I)*CC(K)*0.5/H
      IF(VAR**2.LT.1.E-20) VAR=1.E+20
    6 DEV(K,I)=DEV(I,K)=S(I,K)/SQRT(VAR)
C
C     CHI**2 PER KRITERIUM (CHI) EN TOTAAL (U).
C
      U=0.
      DO 9 I=1,M
      CHI(I)=0.
      DO 8 J=1,M
    8 CHI(I)=CHI(I)+DEV(I,J)**2
    9 U=U+CHI(I)
      U=0.5*U
      PRINT107
      PRINT109,(KR(J),J=1,M)
      DO 7 I=1,M
    7 PRINT108,I,(DEV(I,J),J=1,M),CHI(I)
      PRINT110,U
   21 CONTINUE
      END
```

9. investeringskosten aanleg
10. opbrengst van het vliegveld

De alternatieve vestigingsplaatsen zijn
1. Markerwaard; 2. Leerdam; 3. Maasvlakte; 4. Goeree; 5. Dinteloord.

De tabel van beoordelingscijfers w_{ij} volgt hierna, tevens zijn hierbij twee sets gewichts-factoren (A en C genoemd in overeenstemming met het rapport [2]) opgenomen. Per kriterium is een eenvoudige beoordelingsschaal ingevoerd, waarbij de hoogste waarde de meest gunstige beoordeling voorstelt.

Tabel 2. Beoordelingscijfers en gewichtensets A en C behorend bij het locatieprobleem

alt. \ krit.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5	3	3	5	4	5	4	1	4	2
2	1	1	1	1	3	3	3	5	2	4
3	2	3	3	2	1	1	1	3	1	3
4	4	3	3	3	2	2	2	2	3	1
5	3	2	2	4	5	4	5	4	2	3
gew. A	4	4	2	4	2	2	4	1	1	1
gew. C	2	2	1	2	1	4	3	4	2	4

Bij de gewichtenset A ligt de nadruk op milieufactoren, bij de gewichtenset C op factoren van economische aard.

6. METHODE 1: GEWOGEN TOTALEN VAN BEOORDELINGSCIJFERS

De methode der gewogen totalen is het eenvoudigst toepasbaar, maar ze is daarnaast ook het meest gevoelig voor verandering der gewichtsfactoren. Ook de gebruikte beoordelingsschalen kunnen een vrij grote invloed hebben, omdat men werkt met de beoordelingscijfers zelf en niet met hun onderlinge volgorde per kriterium, zoals bij de overige methoden in deze nota.

Een geval waarin methode 1 zeker niet mag worden toegepast zonder herleiding op een vaste beoordelingsschaal is de situatie waarin een of meer der schalen getallen van een zodanige orde van grootte bevatten dat ze van dominerende invloed zijn op de gewogen som w_i per alternatief.

Nu is duidelijk, dat bij methode 1 alle gewichtensets die met elkaar evenredig zijn, gelijkwaardig zijn. Voor de overige methoden zal dit ook blijken te gelden. In het computerprogramma wordt daarom bij methode 1 elke gewichtenset genormeerd door evenredige omrekening waardoor de som der gewichten gelijk aan 1 wordt. Zodoende zijn de uitkomsten voor methode 1 bij verschillende gewichtensets steeds vergelijkbaar. De gewogen totalen, berekend voor de genormeerde gewichtensets A en C uit het locatie-probleem in paragraaf 5 zijn vermeld in kolom 1 van respectievelijk de tabellen 4A en 4C, die men in paragraaf 11 aantreft.

7. METHODE 2

De tweede en volgende methoden berusten op het paarsgewijs vergelijken van alternatieven op grond van elk kriterium afzonderlijk. Bij methode 2 beschouwen we elk tweetal alternatieven i en k met $i < k$, en bepalen daarbij welke kriteria een positief verschil opleveren, welke een negatief, en welke kriteria een verschil gelijk aan nul geven. In tabel 2 bijvoorbeeld, levert het vergelijken van de alternatieven 3 en 4 positieve verschillen op voor de kriteria 8 en 10, negatieve voor de kriteria 1, 4, 5, 6, 7 en 9 en verschillen gelijk aan nul voor de kriteria 2 en 3.

De som der (genormeerde) gewichten behorend bij de positieve verschillen (dit is $g_8 + g_{10}$) wordt beschouwd als bijdrage tot het beoordelingscijfer $w_i (=w_3)$ en de gewichten die bij negatieve verschillen voorkomen (in dit geval $g_1+g_4+g_5+g_6+g_7+g_9$) leveren een bijdrage tot $w_k(=w_4)$. De gewichten die overeenkomen met verschillen gelijk aan nul (g_2+g_3) worden gelijkelijk over w_i en w_k (in dit geval w_3 en w_4) verdeeld. Op deze wijze ontstaat door alle combinaties (i,k), waarin $i \leqslant k$, te beschouwen een zogenaamd scorematrix S bestaande uit getallen S_{ik} (i is de rij-, k de kolomindex). In het voorbeeld is

$$s_{34} = \tfrac{1}{2}g_2 + \tfrac{1}{2}g_3 + g_8 + g_{10}$$

$$s_{43} = g_1 + \tfrac{1}{2}g_2 + \tfrac{1}{2}g_3 + g_4 + g_5 + g_6 + g_7 + g_9$$

zodat $s_{34} + s_{43} = \sum g_j = 1$; algemeen geldt $s_{ik} + s_{ki} = 1$ omdat bij het opstellen van de scorematrix in feite de gewichtensom (=1) over elk paar alternatieven wordt verdeeld. Dit gebeurt ook voor elk tweetal bestaande uit dezelfde alternatieven, zodat $s_{ii} = \tfrac{1}{2}$.

De beoordelingscijfers w_i per alternatief worden nu bepaald als de som van de i-de rij van de matrix S. Wanneer het alleen om het vaststellen van de volgorde der getallen w_i gaat, is het overbodig paren van dezelfde alternatieven te beschouwen omdat deze in elke regel een vaste bijdrage $s_{ii} = \tfrac{1}{2}$ leveren. De reden waarom dit toch gebeurt ligt danook dieper en komt aan de orde in een vervolgnota, waarin enkele theoretische aspecten van de multi-kriteria-analyse worden uitgewerkt. In het computerprogramma ORDER wordt overigens de scorematrix niet opgesteld, maar worden de g_j-waarden direct gecumuleerd tot waarden w_i. Bij de bespreking van de analysemethoden echter, is het voor het inzicht in het karakter der methoden beter de scorematrix wel te noemen.

Uit de wijze waarop de scorematrix wordt gevormd en de waarden w_i daaruit worden afgeleid, volgt dat een alternatief dat met betrekking tot alle kriteria het beste (slechtste) is, de maximale (minimale) w_i krijgt. Evenzo is het duidelijk dat alternatieven met een hoog gewicht een grote invloed hebben op de waarden w_i. Deze conclusies zullen bij de methoden 3, 4 en 5 ook getrokken kunnen worden, zodat we ze daarbij niet opnieuw zullen vermelden.

De scorematrix S en de beoordelingscijfers w_i zijn voor gewichtenset A als volgt:

$i \backslash k$	1	2	3	4	5	w_i
1	0,50	0,92	0,80	0,84	0,68	3,74
2	0,08	0,50	0,56	0,40	0,10	1,64
3	0,20	0,44	0,50	0,20	0,26	1,60
4	0,16	0,60	0,80	0,50	0,44	2,50
5	0,32	0,90	0,74	0,56	0,50	3,02

Deze w_i-cijfers en die welke met gewichtenset C worden verkregen, zijn vermeld in kolom 2 van de tabellen 4A en 4C.

8. METHODE 3

De vorige methode houdt een relativering der gegevens in omdat, wegens het paarsgewijze vergelijken, alleen de volgorde der w_{ij}-cijfers per kriterium (vaste j) van belang is.

Bij methode 3 wordt een nader aan te duiden verdergaande relativering toegepast. Hiertoe wordt uitde scorematrix zoals die bij methode 2 wordt opgesteld op de volgende wijze een andere scorematrix afgeleid. Men kiest eerst een tolerantie ε waarvoor $0 \leq \varepsilon < 1$. Vervolgens worden uit de scorematrix volgens methode 2 de grootheden v_{ik} berekend volgens

$$v_{ik} = s_{ik} - s_{ki} \qquad 1 \leq i \leq k \leq n$$

Met behulp van v_{ik} wordt hierna een nieuwe scorematrix S bepaald volgens onderstaand voorschrift (3)

$$\begin{array}{llll} \text{als} & v_{ik} < -\varepsilon & \text{wordt} & s_{ik} = 0 \text{ en } s_{ki} = 2 \\ \text{als} & -\varepsilon \leq v_{ik} \leq \varepsilon & \text{wordt} & s_{ik} = 1 \text{ en } s_{ki} = 1 \\ \text{als} & v_{ik} > \varepsilon & \text{wordt} & s_{ik} = 2 \text{ en } s_{ki} = 0 \end{array} \qquad (3)$$

Bij $\varepsilon=0$ en gewichtenset A bijvoorbeeld, geeft dit de volgende matrix en w_i-waarden:

1	2	2	2	2	9
0	1	2	0	0	3
0	0	1	0	0	1
0	2	2	1	0	5
0	2	2	2	1	7

Deze w_i-cijfers en die welke bij $\varepsilon=0$ met de gewichtenset C worden verkregen, zijn vermeld in tabel 4.

Uit (3) volgt dat de nieuwe scorematrix minder gevoelig is voor de keuze der gewichten dan de matrix bij methode 2: dit is de bedoelde relativering.

Wat de tolerantie ε betreft het volgende. Bij vergroting van ε neemt in verband met (3) de kans toe dat waarden 0 en 2 in de scorematrix zullen veranderen in de waarde 1. Bij goede of slechte alternatieven zal die verandering in het algemeen bij hogere ε optreden dan bij middelmatig-goede alternatieven het geval is. De w_i-waarden verschillen onderling het meest bij $\varepsilon=0$, door verhoging van ε neemt de onderlinge variatie af, en tenslotte is er een waarde van ε waarboven alle w_i onderling gelijk blijven, en wel gelijk aan n, het aantal alternatieven.

Bij toepassing van methode (3) lijkt in verband met het vorige vergroting van ε vooral een middel om de extreme alternatieven te selecteren, door vergelijking der resultaten bij verschillende waarden van ε. Ter illustratie zijn voor gewichtenset A enkele w_i-sets vermeld, berekend bij een aantal ε-waarden.

alt.	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=0{,}25$	$\varepsilon=0{,}50$	$\varepsilon=0{,}75$	$\varepsilon\geq0{,}85$
1	9	9	8	6	5
2	3	3	3	3	5
3	1	2	3	5	5
4	5	5	5	5	5
5	7	6	6	6	5

De kolommen in deze tabel zijn uiteraard niet onderling onafhankelijk. Niettemin wordt in dit geval bij het overzien der kolommen onder meer duidelijk dat alternatief 1 het beste genoemd mag worden en 2 en 3 de slechtsten. In het computerprogramma ORDER is danook de mogelijkheid opgenomen ε te variëren; wordt ε niet gegeven, dan wordt het geval $\varepsilon=0$ doorgerekend.

9. METHODEN 4 EN 5

Bij methode 4 wordt wederom een scorematrix gevormd. Deze is echter niet alleen gebaseerd op paarsgewijze vergelijking van alternatieven, maar ook op paarsgewijze vergelijking van kriteria. Dit is opnieuw een relativering van de betekenis van de gewichtsfactoren der kriteria. Methode 4 sluit aan bij de situatie waarin het wel mogelijk wordt geacht de kriteria in volgorde van belangrijkheid te plaatsen, maar waarin het niet of nauwelijks realistisch is, ze nader te kwantificeren met behulp van gewichtsfactoren.

Bij elk paar alternatieven i en k ($1 \leq i < k \leq n$) wordt op grond van elk paar kriteria j en ℓ ($1 \leq j \leq \ell \leq m$) uitgesproken of men alternatief i slechter dan, gelijkwaardig met, of beter dan alternatief k vindt. Het drieledige voorschrift dat dient om de alternatieven i en k te vergelijken, luidt in verband hiermee

I als men op grond van beide kriteria (j en ℓ) dezelfde uitspraak krijgt, geldt deze uitspraak 'ten aanzien van het kriteriumpaar (j,ℓ)'.

II als een der uitspraken 'gelijkwaardig' luidt, beslist de andere uitspraak voor het paar (j,ℓ)

III als de uitspraken voor de kriteria j en ℓ verschillend zijn en geen van beide luidt 'gelijkwaardig', dan geldt voor het kriteriumpaar (j,ℓ) de uitspraak die gebaseerd is op het belangrijkste der twee kriteria j en ℓ; zijn de kriteria j en ℓ in het geval dat ze verschillende uitspraken leveren van gelijke belangrijkheid, dan achten we de alternatieven i en k gelijkwaardig ten aanzien van het kriteriumpaar (j,ℓ).

Op grond van elk van de uitspraken wordt voor het alternatievenpaar (i,k) een bijdrage tot de elementen s_{ik} en s_{ki} van de te vormen scorematrix bepaald. In analogie met (3) worden deze bijdragen, d_{ik} en d_{ki} te noemen, als volgt vastgesteld

$$\left.\begin{array}{ll} \text{. bij elke uitspraak 'i slechter dan k'} & \text{wordt } d_{ik}=0 \text{ en } d_{ki}=2 \\ \text{. bij elke uitspraak 'i gelijkwaardig met k'} & \text{wordt } d_{ik}=1 \text{ en } d_{ki}=1 \\ \text{. bij elke uitspraak 'i beter dan k'} & \text{wordt } d_{ik}=2 \text{ en } d_{ki}=0 \end{array}\right\} (4)$$

Voor een nadere verduidelijking wordt op tabel 2 met gewichtenset A teruggegrepen. Daaruit wordt als voorbeeld het alternatievenpaar 3 en 4 gelicht. Dus i=3 en k=4. Bij deze vaste (i,k) worden bij enkele paren (j,ℓ) van kriteria de bijdragen d_{ik} en d_{ki} in de scorematrix bepaald.

j	ℓ		d_{34}	d_{43}
1	1	: in beide gevallen is alt. 3 slechter dan alt. 4; volgens punt I en (4) wordt	0	2
1	2	: bij krit.1 is alt.3 de slechtste, bij krit.2 zijn de alternatieven gelijkwaardig; volgens punt II en (4) wordt	0	2
2	3	: bij beide kriteria gelijkwaardige alternatieven volgens I en (4)	1	1
1	8	: bij krit.1 is alt.3 het slechtst, bij krit.8 is alt.3 het beste; omdat $g_1>g_8$ wordt wegens III besloten 'alt.3 is slechter dan alt.4', zodat	0	2
8	9	: bij krit.8 is alt.3 het beste, bij krit.9 is alt.3 het slechtste; omdat $g_8=g_9$ volgt uit het laatste punt van III en uit (4)	1	1

Door voor alle mogelijke (j,ℓ) waarin $j\leq\ell$ de waarden d_{34} te sommeren wordt s_{34} verkregen, en op analoge wijze s_{43}. Op deze wijze ontstaan de getallen in de te vormen scorematrix waarvan de rijtotalen de beoordelingscijfers per alternatief (w_i) leveren. De scorematrix, in dit geval gebaseerd op de gewichtenset A, en de bijbehorende w_i-cijfers zijn als volgt:

55	102	91	99	78	425
8	55	47	43	11	164
19	63	55	19	28	184
11	67	91	55	48	272
32	99	82	62	55	330

Deze w_i-cijfers en die welke met gewichtenset C worden verkregen, zijn vermeld in tabel 4.

Uit de manier waarop de scorematrix wordt gevormd, volgt dat de belangrijkste kriteria de grootste bijdragen tot de w_i-cijfers zullen leveren. Immers belangrijke kriteria zullen bij het vormen van paren met minder belangrijke kriteria volgens punt C domineren. Deze dominantie is ook de reden dat paren van dezelfde kriteria moeten worden opgenomen in de berekening. Doet men dat niet dan bestaat de kans dat het meest onbelangrijk geachte kriterium bij elk paar alternatieven werd gedomineerd door een ander kriterium waarmee het in een paar werd verenigd, zodat dit onbelangrijke kriterium geen invloed zou hebben in de samenstelling der beoordelingscijfers w_i.

Zelfs bij een betrekkelijk gering aantal kriteria (m) is het aantal te vormen paren vrij groot, namelijk $\frac{1}{2}m\ (m+1)$. Dit houdt in, dat er zelfs bij gebruik van globale beoordelingsschalen per alternatief, veel variatie in de scorematrix kan optreden. Hierdoor wordt de kans op gelijke alternatiefbeoordelingen w_i gering, zodat het ordenen der alternatieven weinig door het optreden van gelijke w_i-waarden bemoeilijkt zal worden.

De laatste analysemethode wordt ontleend aan de scorematrix van methode 4, op een wijze die geheel analoog is met de manier waarop methode 3 uit methode 2 werd afgeleid. Ook nu wordt een tolerantie ε gekozen. Dat kan in dit geval een geheel getal zijn waarvoor geldt $0 \leqslant \varepsilon < m(m+1)$. De nieuwe scorematrix wordt volgens (3) uit de matrix voor methode 4 bepaald.

Bij $\varepsilon=0$ en gewichtenset A komt er

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 & & 5 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 1 & & 7 \end{array}$$

Deze w_i-cijfers en die welke met gewichtenset C werden berekend, zijn vermeld in tabel 4.

Door methode 5 te gebruiken relativeert men, evenals bij methode 4 de betekenis der gewichtsfactoren, terwijl men bovendien gebruik kan maken van de techniek van het variëren van ε, zoals aangeduid in paragraaf 8.

10. EEN MOGELIJKHEID VOOR HET VASTSTELLEN VAN GEWICHTSFACTOREN DER KRITERIA MET BEHULP VAN EEN SCOREMATRIX

De gewichten zijn ingevoerd om in rekening te kunnen brengen dat de kriteria in belangrijkheid kunnen verschillen bij het bepalen van het beoordelingscijfer w_i per alternatief. In welke mate verschil in belangrijkheid optreedt is vaak nauwelijks (objectief) vast te stellen. Daarom wordt voor een gewichtenset veelal een niet te gedetailleerde schaal gebruikt.

Een methode voor het globaal bepalen van gewichten zou ontleend kunnen worden aan het paarsgewijs vergelijken van kriteria. Men kan zich daarbij voorstellen dat een of meer beoordelaars elk kriteriumpaar beschouwen en daarbij aangeven welk kriterium in een paar (j,l) ze het belangrijkst achten, of dat ze tot gelijkwaardigheid besluiten. Vervolgens kan het element s_{jl} van de scorematrix worden bepaald volgens een voorschrift, analoog met (4):

- als krit. j slechter dan krit. l is, wordt $s_{jl}=0$ en $s_{lj}=2$
- als krit. j gelijkwaardig met krit. l is, wordt $s_{jl}=1$ en $s_{lj}=1$
- als krit. j beter dan krit. l is, wordt $s_{jl}=2$ en $s_{lj}=0$

De aldus gevormde scorematrix van m rijen en m kolommen bevat in de hoofddiagonaal de getallen $s_{jj}=1$, en verder waarden 0,1 of 2 Door sommatie der rijen worden de gewichten g_j verkregen.

Laat men bij het opstellen der scorematrix elke beoordelaar elk tweetal kriteria onderling afwegen, dan kan de volgorde waarin de paren beschouwd worden invloed hebben, doordat de transitiviteit een rol kan gaan spelen. Wanneer bijvoorbeeld de kriteria 1, 2 en 3 onderling worden vergeleken, zal men uit '1 belangrijker dan 2' en '2 belangrijker dan 3' geneigd zijn te besluiten tot '1 belangrijker dan 3'. Uit de laatste twee uitspraken kan men echter niet concluderen tot '1 belangrijker dan 2'. Zou men de kriteria 1, 3 en 4 onderling eerst hebben vergeleken, in de volgorde (1,4), (3,4), (1,3) dan zou uit de eerste twee paren wellicht een conclusie ten aanzien van (1,3) getrokken zijn, die afwijkt van de conclusie uit de vergelijkingen (1,2) en (2,3). Dit soort problemen is te vermijden door 'transitieve drietallen' te voorkomen.

Hiertoe zou men de verzameling van alle paren aanwezige verschillende kriteria zodanig in groepen kunnen trachten te verdelen, dat indirecte op transitiviteit gebaseerde vergelijking van twee kriteria niet mogelijk is. Hierna kan elke groep van te vergelijken tweetallen kriteria aan een of meer andere beoordelaars worden voorgelegd. Deze kunnen dan uitsluitend van transitiviteit gebruik maken door kriteria buiten hun groep in hun beschouwingen te betrekken. Dit geldt voor elke beoordelaar, zodat in ieder geval niet wordt bevorderd dat bewust of onbewust de scorematrix onder meer met behulp van transitieve drietallen van kriteria tot stand komt; dit kan slechts de objectiviteit bij het bepalen (van de onderlinge volgorde) der g_j-waarden ten goede komen.

Men eist nu in feite een indeling in groepen, zo, dat wanneer twee paren kriteria in een groep voorkomen die 1 kriterium gemeenschappelijk hebben, het paar dat kan worden gevormd uit de twee andere (en dus verschillende) kriteria, niet in dezelfde groep voorkomt: naast (a,b) en (b,c) mag (a,c) niet in die groep voorkomen.

De indeling in groepen blijkt bij grotere aantallen kriteria (m) op vele manieren mogelijk. Een voorwaarde waarmee het aantal mogelijkheden zinvol kan worden beperkt, is die van een zo groot mogelijke, nog nader aan te duiden, evenwichtigheid der indeling. Bij nader onderzoek blijkt het voor $m \geq 4$ mogelijk de verzameling der kriteriumparen in k_m groepen te verdelen die elk p_m paren bevatten waarbij

$$k_m = \left[\frac{m}{2}\right] ; \qquad p_m = 2\left[\frac{m-1}{2}\right] + 1^{*}$$

Tevens kan de indeling zo gekozen worden dat iedere groep bij oneven waarden van m elk kriterium juist tweemaal bevat. Bij even waarden van m zijn er in elke groep steeds twee andere kriteria die eenmaal voorkomen, terwijl de overige tweemaal voorkomen in de betreffende groep. In tabel 3 zijn voor m= 4,5, ..,12 'evenwichtige indelingen in groepen van niet-transitieve paren' gegeven. Door hernummering van de kriteria ontstaan per m-waarde een (groot) aantal mogelijkheden tot groepsindeling.

*De waarden tussen vierkante haken naar beneden af te ronden op gehele waarden

Tabel 3. Evenwichtige indelingen in groepen van niet-transitieve paren

m= 4	1	1,2	2,3	3,4								
	2	1,3	1,4	2,4								
m= 5	1	1,2	2,3	3,4	4,5	1,5						
	2	1,3	1,4	2,4	2,5	3,5						
	1	1,2	2,3	3,4	4,5	5,6						
m= 6	2	1,3	1,6	2,4	3,5	4,6						
	3	1,4	1,5	2,5	2,6	3,6						
	1	1,2	2,3	3,4	4,5	5,6	6,7	1,7				
m= 7	2	1,3	1,6	2,4	2,7	3,5	4,6	5,7				
	3	1,4	1,5	2,5	2,6	3,6	3,7	4,7				
	1	1,2	2,3	3,4	4,5	5,6	6,7	7,8				
m= 8	2	1,3	1,8	2,4	3,5	4,6	5,7	6,8				
	3	1,4	1,6	2,5	2,7	3,8	4,7	5,8				
	4	1,5	1,7	2,6	2,8	3,6	3,7	4,8				
	1	1,2	2,3	3,4	4,5	5,6	6,7	7,8	8,9	1,9		
m= 9	2	1,3	1,8	2,4	2,9	3,5	4,6	5,7	6,8	7,9		
	3	1,4	1,5	2,6	2,8	3,7	3,8	4,7	5,9	6,9		
	4	1,6	1,7	2,5	2,7	3,6	3,9	4,8	4,9	5,8		
	1	1,2	2,3	3,4	4,5	5,6	6,7	7,8	8,9	9,10		
	2	1,3	1,10	2,4	3,5	4,6	5,7	6,8	7,9	8,10		
m=10	3	1,4	1,5	2,5	2,9	3,7	4,8	6,9	6,10	7,10		
	4	1,6	1,8	2,6	2,10	3,9	3,10	4,7	5,8	5,9		
	5	1,7	1,9	2,7	2,8	3,6	3,8	4,9	4,10	5,10		
	1	1,2	2,3	3,4	4,5	5,6	6,7	7,8	8,9	9,10	10,11	1,11
	2	1,3	1,10	2,4	2,11	3,5	4,6	5,7	6,8	7,9	8,10	9,11
m=11	3	1,4	1,9	2,5	2,10	3,6	3,11	4,7	5,8	6,9	7,10	8,11
	4	1,5	1,8	2,6	2,9	3,7	3,10	4,8	4,11	5,9	6,10	7,11
	5	1,6	1,7	2,7	2,8	3,8	3,9	4,9	4,10	5,10	5,11	6,11
	1	1,2	2,3	3,4	4,5	5,6	6,7	7,8	8,9	9,10	10,11	11,12
	2	1,3	1,12	2,4	3,5	4,6	5,7	6,8	7,9	8,10	9,11	10,12
m=12	3	1,4	1,5	2,6	2,11	3,7	4,8	5,9	6,10	7,11	8,12	9,12
	4	1,6	1,7	2,5	2,9	3,10	3,12	4,11	4,12	6,9	7,10	8,11
	5	1,8	1,10	2,7	2,10	3,9	3,11	4,7	5,8	5,12	6,11	6,12
	6	1,9	1,11	2,8	2,12	3,6	3,8	4,9	4,10	5,10	5,11	7,12

11. UITWERKING VAN TWEE VOORBEELDEN

In deze paragraaf volgen enkele opmerkingen bij de uitwerking van twee voorbeelden: het locatieprobleem uit paragraaf 5 en de in de inleiding genoemde vraag naar een gunstige situering van een bos in de Lopikerwaard.

Wat het locatieprobleem betreft, zijn de volgens 5 methoden bepaalde waarderingscijfers w_i voor de gewichtensets A en C vermeld in tabel 4. De resultaten van methode 1 zijn volledigheidshalve vermeld omdat de methode in het computerprogramma ORDER voorkomt; verder laten we methode 1 buiten beschouwing omdat het in deze nota gaat om methoden die niet gevoelig zijn voor de keuze der beoordelingsschalen per kriterium.

Tabel 4. Waarderingscijfers per alternatief bij 5 methoden en 2 gewichtensets (A en C)

alt. \ meth.	1	2	3 (ε=0)	4	5 (ε=0)	
1	3,96	3,74	9	425	9	
2	1,96	1,64	3	164	1	
3	1,96	1,60	1	184	3	gewichten A
4	2,72	2,50	5	272	5	
5	3,48	3,02	7	330	7	

alt. \ meth.	1	2	3 (ε=0)	4	5 (ε=0)	
1	3,40	3,10	9	346	9	
2	2,84	2,54	5	279	5	
3	2,04	1,74	1	180	1	gewichten C
4	2,28	1,98	3	216	3	
5	3,52	3,14	7	354	7	

Bij de gewichten A, waarin de milieufactoren van overwegend belang geacht worden, leiden de methoden 2, 3, 4 en 5 unaniem tot de conclusie dat alternatief 1 (Markerwaard) als beste vestigingsplaats kan worden beschouwd. Minder duidelijk ligt de zaak bij de gewichten C, waarbij het accent ligt op economische factoren. Wel is uit tabel 4C duidelijk dat de beste vestigingsplaats in dit geval moet worden gekozen uit de alternatieven 1 en 5 (Markerwaard en Dinteloord).

Als methode voor een nadere analyse wordt nu voor kleinere aantallen alternatieven als algemene werkwijze voorgesteld de methoden 3 en 5 toe te passen met speciale waarden voor de tolerantie ε, een en ander overeenkomstig de laatste alinea van paragraaf 8. Hiervoor zijn de scorematrices volgens de methoden 2 en 4 (gewichten C) nodig; daarom worden ze hieronder vermeld.

Scorematrix methode 2

0,50	0,68	0,62	0,78	0,52
0,32	0,50	0,72	0,64	0,36
0,38	0,28	0,50	0,38	0,20
0,22	0,36	0,62	0,50	0,28
0,48	0,64	0,80	0,72	0,50

Scorematrix methode 4

55	74	71	89	57
36	55	80	71	37
39	30	55	39	17
21	39	71	55	30
53	73	93	80	55

In elk der scorematrices worden de verschillen berekend der paren getallen die symmetrisch geplaatst zijn ten opzichte van de hoofddiagonaal. Dit zijn de waarden v_{ik} uit par. 8. De absolute waarden hiervan zijn de waarden die aan ε worden toegekend. Uit de scorematrix voor methode 2 ontlenen we de kleinste waarde $\varepsilon=0$ aan de hoofddiagonaal en de grootste waarde aan $s_{35}-s_{53}$ = 0,20−0,80 = −0,60, zodat als hoogste waarde ε=0,60 wordt genomen. Tabel 5 geeft het volgende overzicht van scores bij verschillende ε-waarden.

Tabel 5A. Beoordelingscijfers per alternatief voor waarden van ε volgens methode 3 met gewichtenset C

alt.	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=0{,}04$	$\varepsilon=0{,}24$	$\varepsilon=0{,}28$	$\varepsilon=0{,}36$	$\varepsilon=0{,}44$	$\varepsilon=0{,}56$	$\varepsilon=0{,}60$
1	9	8	7	7	6	6	5	5
2	5	5	5	5	6	5	5	5
3	1	1	3	3	3	4	4	5
4	3	3	2	3	3	4	5	5
5	7	8	8	7	7	6	6	5

Tabel 5B. Beoordelingscijfers per alternatief voor waarden van ε volgens methode 5 met gewichtenset C

alt.	$\varepsilon=0$	$\varepsilon=4$	$\varepsilon=32$	$\varepsilon=36$	$\varepsilon=38$	$\varepsilon=50$	$\varepsilon=68$	$\varepsilon=76$
1	9	8	7	7	6	6	5	5
2	5	5	4	5	6	5	5	5
3	1	1	3	3	3	4	4	5
4	3	3	3	3	3	4	5	5
5	7	8	8	7	7	6	6	5

Bij toepassing van een ε-waarde die hierboven niet wordt vermeld, is het resultaat gelijk aan dat van de direkt kleinere waarde die wel voorkomt. De tabellen 5A en 5B vermelden dus alle mogelijke w_i-sets die door variatie van ε over positieve waarden verkregen kunnen worden.

Uit het vorige zal wel duidelijk zijn dat deze wijze van nader analyseren naast de overwegingen die in par. 8 werden vermeld, gebaseerd is op de gedachte dat hierbij de informatie die in de scorematrix voorkomt aanzienlijk intensiever wordt gebruikt dan wanneer men zich beperkt tot het vormen van rijtotalen ter verkrijging van de alternatiefbeoordelingen w_i.

De kolommen van de tabellen 5A en B overziende, blijkt dat reeds bij een geringe verhoging van ε (tot resp. 0,04 en 4) de voorkeur verschuift van alternatief 1 in de richting van alternatief 5, wat weer overeenstemt met de w_i-cijfers die voor de methoden 2 en 4 zijn vermeld in tabel 4C. Wanneer daarom een conclusie moet worden getrokken op grond van de analyse resultaten kan aan alternatief 5 (Dinteloord) de (lichte) voorkeur worden gegeven, wanneer gewichtenset C in het geding is.

Toepassing van de Electra-methode op het bovenstaande keuzeprobleem leidt volgens het rapport [2] bij gewichtenset A ook tot alternatief 1 als beste keuze. Bij gewichtenset C levert Electra geen keus tussen de alternatieven 1 en 5.

Bij het uitwerken van het tweede voorbeeld, ontleend aan de vraag naar een gunstige situering van een bos in de Lopikerwaard (zie de Inleiding), was sprake van twee reeksen gewichtsfactoren, die in overeenstemming met ICW-nota [5] als A en B zullen worden aangeduid. De betekenis ervan is, dat de juiste waarde van elk kriteriumgewicht, is gelegen tussen de twee waarden vermeld onder A en B. Over het soort van kriteria en de wijze waarop de gewichten A en B zijn vastgesteld is meer vermeld in [5].

De reeksen zijn als volgt

Kriterium	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A:	200	100	125	500	600	20	167	1000	1000	100	350
B:	400	200	250	250	900	40	333	1000	1200	150	500

Door de aan A en B ontleende intervallen te beschouwen waarin de juiste waarden der gewichten geacht worden te liggen, blijkt dat kriterium 9 het hoogste gewicht moet krijgen. Daarna komen achtereenvolgens de kriteria 8 en 5. Ook is duidelijk dat kriterium 6 de geringste gewichtsfactor zal hebben. De overige kriteria vertonen geen duidelijke ordening. Omdat het in dit geval niet goed mogelijk is de gewichten beter te kwantificeren dan met behulp van hun uiterste waarden A en B, en vooral omdat een gedeeltelijke ordening der kriteria wel bekend is, ligt het voor de hand analyse methode 4 te gaan gebruiken.

De berekeningen werden uitgevoerd met de gewichten A en B en met een aantal (6 stuks) gewichtensets waarbij de kriteria 9, 8, 5 en 6 een vaste plaats kregen in de ordening der kriteria van belangrijk naar minder belangrijk, terwijl de volgorde der overige kriteria enkele willekeurige variaties onderging. De gewichtensets (8 stuks) die aldus werden gebruikt leverden elk n=140 beoordelingscijfers w_i der alternatieven.

Omdat bij analysemethode 4 de paarsgewijze vergelijking zowel op de alternatieven als op de kriteria wordt toegepast, vergt ze aanzienlijk meer rekenwerk dan de methoden 1, 2 en 3. Dit is een van de redenen waarom de oorspronkelijke vierkanten van 25 ha, werden samengevoegd tot vierkanten van 100 ha. Deze grotere blokken bleken bovendien klein genoeg voor het verkrijgen van een globale indicatie voor de mogelijke situering van een bos. Dit komt tot uiting in fig. 2. Bij het samenstellen hiervan werd bepaald welke blokken bij alle 8 berekeningen tot de 50 besten behoorden. Deze vormen samen het omlijnde gebied. Enkele van de besten kwamen apart of twee aan twee tussen de slechtere blokken voor. Ze zijn in de figuur weggelaten omdat elk van deze geïsoleerde groepen lang niet groot genoeg was om een aaneengesloten oppervlakte van de vereiste 500 ha te leveren.

Binnen het in eerste instantie geselekteerde gebied komen een aantal blokken voor waarin een getal is vermeld. De betekenis hiervan komt in de volgende paragraaf ter sprake.

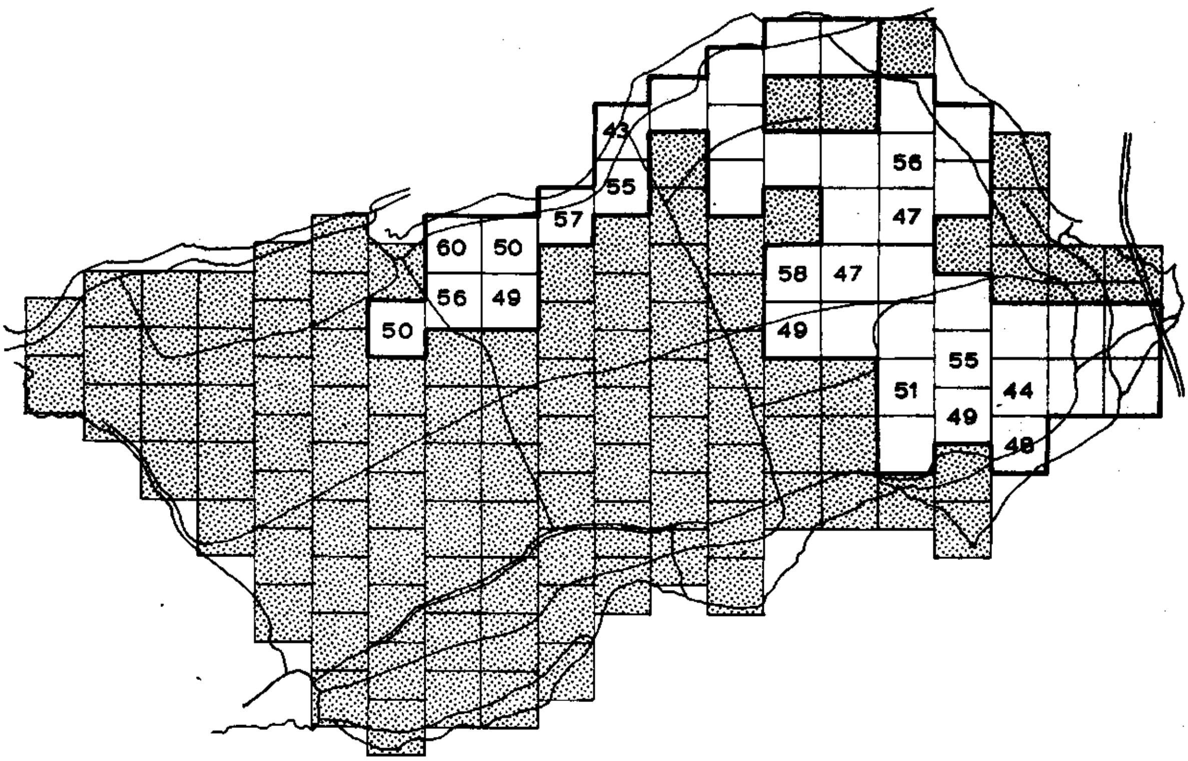

Fig. 2. De Lopikerwaard overdekt met blokken van 1 km x 1 km.
De blokken in het omlijnde gebied worden bij een eerste reeks berekeningen geselekteerd (par. 11)
In een tweede reeks berekeningen worden volgens methode 4 de waarderingscijfers bepaald welke in de geselekteerde blokken zijn vermeld (par. 12). De hoogste waarden geven de grootste voorkeur aan

12. HET EFFECT VAN ONDERLINGE SAMENHANG TUSSEN KRITERIA

Een aspect dat nog niet werd belicht, is de invloed die een onderlinge samenhang tussen de kriteria kan hebben op de waarden van de alternatiefbeoordelingen w_i.

Een extreem voorbeeld is het volgende. Stel dat naast kriterium 1 een andere, niet als kriterium opgenomen factor x bestaat welke in zeer hoge mate positief gecorreleerd is met kriterium 1. Dan is de kans groot dat bij het vergelijken van een paar alternatieven het verschil tussen de beoordelingscijfers bij kriterium 1 eenzelfde teken heeft als het verschil tussen de beoordelingscijfers die bij de factor x bepaald zouden worden. Ten aanzien van het samenstellen van de scorematrix zijn dus kriterium 1 en de factor x in hoge mate gelijkwaardig; toevoeging van factor x als extra kriterium heeft dus als effect dat in feite kriterium 1 zwaarder gaat meetellen bij het berekenen der w_i-cijfers, en wellicht te zwaar. Toevoeging van meer factoren die een grote positieve correlatie met kriterium 1 hebben, verhoogt wederom de kans op het verschijnsel dat kriterium 1 als het ware een te hoog gewicht krijgt. Op analoge wijze kan men inzien dat negatieve correlatie tot onderschatting van gewichtsfactoren zou kunnen leiden.

Het zojuist aangeduide effect van over- en onderschatting van gewichten kan ook bij analysemethode 1 optreden; dit volgt uit de manier waarop de gewogen sommen (w_i) worden berekend.

Om bovengenoemde storende effecten te vermijden is het zeker voldoende de voorwaarde te stellen dat de kriteria onafhankelijk zijn. De vraag is hierbij wel of het altijd mogelijk is zowel een voldoende aantal beoordelingskriteria te vinden en tegelijkertijd te voldoen aan de eis van onafhankelijkheid. Daarom werd naast het computerprogramma ORDER dat de analysemethoden bevat, een programma KENDALL (fig. 1B) opgesteld waarin voor elk paar kriteria de rangcorrelatie-coëfficient tussen de beoordelingscijfers w_{ij} wordt berekend, en wel volgens de methode van KENDALL [6].

Bij een voldoend aantal alternatieven kan hieruit een beeld worden verkregen van mogelijke onderlinge correlaties tussen de kriteria. De reden om hierbij met rangcorrelatie-coëfficienten te werken is onder meer dat deze juist het meest gevoelig zijn voor het gelijk of tegengesteld verlopen van waarnemingsreeksen (resp. positieve en negatieve rangcorrelatie). Het doet er hierbij niet toe in welke mate het verloop in onderlinge lineaire samenhang plaatsvindt, dit in tegenstelling met de gewone correlatie-coëfficient. En juist omdat het genoemde monotone onderlinge verloop een storend element kan zijn bij het toepassen van de multicriteria-analysemethoden lijkt het gebruik van rangcorrelatie-coëfficienten een goed hulpmiddel om eventuele storingen bij voorbaat te onderkennen.

Van de mogelijke rangcorrelatie-coëfficienten is die van KENDALL gekozen, omdat het bij de berekening ervan niet nodig is voor de kriteria rangcijferschalen in te voeren. De berekeningswijze sluit bovendien precies aan bij het principe van paarsgewijze vergelijking der alternatieven. Per paar waarnemingsreeksen (in dit geval: twee kolommen van beoordelingscijfers w_{ij} die overeenkomen met de twee kriteria waarvan de onderlinge correlatie wordt beschouwd) wordt vastgesteld hoe vaak het voorkomt dat een paar gegevens in de ene reeks in dezelfde volgorde van grootte staat als het overeenkomstige paar in de andere reeks, en hoe vaak dat niet het geval is; de gevallen dat de volgorde in een der reeksen of beide reeksen niet vast te stellen is, blijven hier buiten beschouwing. Vervolgens wordt het aantal 'positieve paren' (zelfde volgorde van grootte) verminderd met het aantal 'negatieve paren' en dit verschil gedeeld door het aantal mogelijke verschillende paren, dat in dit geval gelijk is aan $\frac{1}{2}n(n-1)$. Deze uitkomst is de rangcorrelatie-coëfficient van KENDALL voor een paar w_{ij}-kolommen. Voor een rekenvoorbeeld zie men chapter 1 van [6]. Bij een voldoend groot aantal alternatieven n, waarbij gedacht moet worden aan enkele tientallen, laat deze berekeningswijze een eenvoudige interpretatie toe. De rangcorrelatie-coëfficient kan dan namelijk worden opgevat als het verschil tussen de kans op het aantreffen van een positief paar en de kans een negatief paar aan te treffen.

Bij een gering aantal alternatieven gaat deze interpretatie niet op. In het eerste voorbeeld waarbij n=5 alternatieven vergeleken worden, moet men dus eenvoudig de eis stellen of aannemen dat de kriteria onafhankelijk zijn.

Het tweede probleem biedt meer mogelijkheden tot nadere analyse. Hiertoe werden de rangcorrelatie-coëfficienten in het computerprogramma KENDALL berekend. Ze zijn in tabel 6 vermeld. Gezien de genoemde interpretatie zijn alleen de coëfficienten vermeld die van voldoende belang werden geacht. Hier viel de keuze op rangcorrelatie-coëfficienten die in absolute waarde groter dan 0,1 zijn, de keus is arbitrair.

Tabel 6. Rangcorrelatie-coëfficienten die in absolute waarde groter dan 0,1 zijn, tussen paren kriteria

	4	5	6	7	8	10	11
1			-0,13	0,14	-0,47	0,17	-0,21
2				0,11			
3	-0,12						
4		0,19		0,27			
5				0,15			
6							0,10
7						0,13	-0,27
8						-0,16	

De kriteria 1 en 7 vertonen het meeste correlatief verband met de overige kriteria. Het (belangrijkste) kriterium 9 komt in de tabel niet voor. Het blijkt dat na verwijdering der kriteria 1, 7, 4 en 10 geen enkele correlatie-coëfficient voorkomt die in absolute waarde groter is dan 0,1. Deze uitkomst is in zoverre gunstig, dat de laatstgenoemde vier kriteria qua belangrijkheid tot de middengroep behoren, zie de vorige paragraaf. Het behoeft dus niet bij voorbaat tot zinloze resultaten te leiden wanneer ze geschrapt zouden worden ter voorkoming van de mogelijk storende invloed van onderlinge correlaties.

Na deze eliminatie resteren de kriteria 9, 8 en 5 als belangrijkste en kriterium 6 als de minst belangrijke. De middengroep bestaat uit de kriteria 2, 3 en 11, welke op 6 manieren gerangschikt kunnen worden. Elk van deze rangschikkingen werd doorgerekend volgens methode 4.

Ook hierbij werden de 50 beste, niet geïsoleerd gelegen blokken geselekteerd. Het bleek zinvol voor elk van deze 50 voorzover deze reeds in het omlijnde gebied voorkwam, het rekenkundig gemiddelde te bepalen uit de 6 waarderingscijfers omdat deze onderling niet al te zeer verschilden (niet meer dan 10%). De gemiddelden zijn na deling door 100 vermeld in de figuur. Hierbij manifesteert zich een drietal groepen van blokken, die zich handhaafden ondanks de rigoreuze wijze waarop mogelijke correlatie-effecten werden onderdrukt. Deze groepen lijken daarom een aanwijzing van de plaatsen rond welke men zich een bos zou kunnen voorstellen.

13. SAMENVATTING

In het voorafgaande werden enkele methoden van multikriteria-analyse geïntroduceerd, verzameld in een computerprogramma ORDER (fig. 1A), dat geschreven is in FORTRAN. Behalve bij de eerste methode mogen de kriteria volgens verschillende schalen gebruikt worden, de enige voorwaarde is dat ze zodanig numeriek gewaardeerd worden, dat een alternatief gunstiger wordt beoordeeld met betrekking tot een zeker kriterium naarmate het beoordelingscijfer hoger is. Er worden 5 methoden besproken. De eerste is de bekende methode van de gewogen sommen van beoordelingscijfers, de andere methoden houden in toenemende mate een relativering van de betekenis der gegevens in. Methode 4 gaat er zelfs vanuit dat men de relatieve belangrijkheid der kriteria niet kan of wil kwantificeren, maar wel een volgorde van belangrijkheid vaststelt. Het programma maakt het mogelijk een willekeurige greep uit de methoden te doen. De betekenis hiervan wordt aan een tweetal voorbeelden gedemonstreerd. In het eerste voorbeeld werden de methoden 2, 3, 4 en 5 gebruikt, in het tweede voorbeeld leidde de aard van de gegevens tot toepassing van methode 4.

De voorwaarde die moet worden gesteld bij de toepassing van multikriteria-analysemethoden is dat de kriteria onderling onafhankelijk zijn. Dit wordt afzonderlijk toegelicht. Gesteld wordt dat met behulp van rangcorrelatie-coëfficienten (programma KENDALL, fig. 1B) een inzicht kan worden verkregen van mogelijk storende onderlinge correlaties. In het algemeen wordt dit in de literatuur afgedaan met de opmerking dat de kriteria onafhankelijk behoren te zijn.

Tenslotte wordt opgemerkt dat het mogelijk is het principe van de paarsgewijze vergelijking van alternatieven, dat aan alle voorgestelde methoden ten grondslag ligt, te veralgemenen tot vergelijking 'via meer kriteria'. Deze gedachte zal worden uitgewerkt in een vervolg nota, waarin ook een veralgemening van de bestaande theorie zal worden gegeven.

LITERATUUR

[1] BERTIER, P. et J. DE MONTGOLFIER. Analyse et Prévision, tôme XI, no. 5, mai 1971, pag. 524-527

[2] OPSCHOOR, J.B. en G.J. VAN DER MEER. Multicriteria-analyse, de Electra-methode; werknota no. 17 Inst. v. Milieuvraagstukken. Vrije Universiteit Amsterdam

[3] BERNARD, G. et M.L. BESSON. Douze méthodes d'Analyse Multicritère; Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationelle no. V-3, 1971

[4] HILL, M. and Y. TZAMIR. Multidimensional Evaluation of Regional Plans Serving Multiple Objectives; Papers of the Regional Science Association, Vol. 29, 1972

[5] DAMEN, J.C.G. ICW-nota 807. Nadere bepaling van de plaats voor het Lopikerbos

[6] KENDALL, M.G. Rank Correlation Methods, Ch. Griffin & Co., London 1955 (Bibl. Staringgebouw 11/17)